أولاً : الجبـــر

"ملخـص الوحـــدة الأولـى"

⊙ لحل معادلتين من الدرجة الأولى :

أولاً : جبرياً : نستخدم (الحذف أو التعويض)

① نجعل المعادلتين على الصورة : أ س + ب ص = حـ

② نضع المعادلتين بالطريقة الأفقية أسفل بعضهما مع مراعاة السينات اسفل منها السينات وكذلك الصادات

③ نحذف معاملى أحد المتغيرين إذا كان كلاً منهما معكوس جمعى للآخر وبإجراء عملية جمع المعادلتين نحذف هذا المتغير ونوجد قيمة المتغير الآخر ثم بالتعويض فى إحدى المعادلتين نحصل على قيمة المتغير المحذوف

ثانياً : بيانياً : نكون جدولين ونمثلهم بيانياً وهناك ٣ احتمالات :

① إذا كان المستقيمان متوازيان فإن عدد الحلول = صفر وتكون : م . ح = ∅

② إذا كان المستقيمان متقاطعان فإن عدد الحلول = ١ وتكون : م . ح = نقطة تقاطع المستقيمان

③ إذا كان المستقيمان منطبقان فإن عدد الحلول لا نهائى

وتكون : م.ح = {(س ، ص) : نكتب معادلة واحدة منهما}

⊙ ملاحظات هامة :

إذا كان : $\frac{أ_١}{أ_٢} \neq \frac{ب_١}{ب_٢}$ **فإن :** المستقيمان متقاطعان

إذا كان : $\frac{أ_١}{أ_٢} = \frac{ب_١}{ب_٢} \neq \frac{حـ_١}{حـ_٢}$ **فإن :** المستقيمان متوازيان

إذا كان : $\frac{أ_١}{أ_٢} = \frac{ب_١}{ب_٢} = \frac{حـ_١}{حـ_٢}$ **فإن :** المستقيمان منطبقان

⊙ خطوات الحل باستخدام القانون العام هى :

① **نرتب المعادلة :** تعنى الـ $س^٢$ أولاً وبعدها الـ س وبعدها الحد المطلق وبعدها (=) وفى الآخر الصفر

② **نوجد قيمة كلاً من :** أ وهو معامل $س^٢$ ، ب معامل س ، حـ الحد الخالى من س

③ **نوجد المميز** = $ب^٢ - ٤أحـ$ (أى ما تحت الجذر)

④ **نعوض فى القانون ونوجد** م . ح (القانون العام) : $س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أحـ}}{٢أ}$

⊙ إذا كان المميز ($ب^٢ - ٤أحـ$)

موجب أى > صفر يوجد للمعادلة جذران مختلفان أى عدد الحلول حلان

سالب أى < صفر ليس لها جذور حقيقية أى عدد الحلول صفر

يساوى صفر لها جذران متساويان أى عدد الحلول حل وحيد

⊙ لحل معادلتين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية :

① من معادلة الدرجة الأولى نوجد س بدلالة ص أو ص بدلالة س

② نعوض فى معادلة الدرجة الثانية بالمعادلة التى تم إيجادها فى الخطوة الأولى

③ نفك الأقواس مع تجميع الحدود المتشابهة ثم التحليل لنحصل على قيمة المتغير الأول

④ نعوض فى معادلة الخطوة الأولى لنحصل على قيمة المتغير الآخر

الأسئلة المقالية

أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلات الآتية :

١ س + ص = ٤ ، ٢س − ص = ٢

س + ص = ٤
٢س − ص = ٢ بالجمع
٣س = ٦
∴ س = ٦/٣ = ٢

بالتعويض عن س فى
س + ص = ٤
∴ ٢ + ص = ٤
∴ ص = ٤ − ٢ = ٢
∴ م.ح = {(٢ ، ٢)}

٢ س + ٣ص = ٧ ، ٥س − ص = ٣

س + ٣ص = ٧
٥س − ص = ٣ × ٣
س + ٣ص = ٧
١٥س − ٣ص = ٩
١٦س = ١٦ ∴ س = ١٦/١٦ = ١

بالتعويض عن س في س + ٣ص = ٧
∴ ١ + ٣ص = ٧ ⇐ ٣ص = ٧ − ١
∴ ٣ص = ٦ ⇐ ∴ ص = ٦/٣ = ٢
∴ م.ح = {(١ ، ٢)}

٣ ٤س + ٣ص = ٦ ، س − ٢ص = ٧

٤س + ٣ص = ٦
س − ٢ص = ٧ × −٤
٤س + ٣ص = ٦
−٤س + ٨ص = −٢٨
١١ص = −٢٢
∴ ص = −٢٢/١١ = −٢

بالتعويض عن ص فى : س − ٢ص = ٧
∴ س − (٢ × −٢) = ٧ ∴ س = ٣
∴ م.ح = {(٣ ، −٢)}

٤ ٧س + ٣ص = ٤ ، ٣س + ٢ص = ١

٧س + ٣ص = ٧ × ٢
٣س + ٢ص = ١ × −٣
١٤س + ٦ص = ٨
−٩س − ٦ص = −٣
٥س = ٥
∴ س = ٥/٥ = ١

بالتعويض عن س فى : ٧س + ٣ص = ٤
∴ ٧ × ١ + ٣ص = ٤ ∴ ٣ص = ٤ − ٧
∴ ٣ص = −٣ ∴ ص = −١
∴ م.ح = {(١ ، −١)}

٥ أوجد قيمتى أ ، ب علماً بأن (٢ ، ١) حل للمعادلتين:
أس − ب ص = ٨ ، ٢أس + ب ص = ٤

∵ (٢ ، ١) حل للمعادلتين
∴ (٢ ، ١) يحقق المعادلتين
(نعوض عن س = ٢ ، ص = ١)
٢أ − ب = ٨ ⇐ (١)
٤أ + ب = ٤ ⇐ (٢)
٦أ = ١٢ ÷٦ ∴ أ = ٢
بالتعويض عن أ فى المعادلة (٢)
فيكون : ٨ + ب = ٤
∴ ب = ٤ − ٨ = −٤ ∴ ب = −٤

٦ أوجد قيمتى أ ، ب علماً بأن (أ ، ٢ب) حل للمعادلتين:
٣س − ص = ٥ ، س + ص = −١

∵ (أ ، ٢ب) حل للمعادلتين
∴ (أ ، ٢ب) يحقق المعادلتين
(نعوض عن س = أ ، ص = ٢ب)
٣أ − ٢ب = ٥ ⇐ (١)
أ + ٢ب = ٤ ⇐ (٢)
٤أ = ٤ ÷ ٤ ∴ أ = ١
بالتعويض عن أ فى : أ + ٢ب = −١
فيكون : ١ + ٢ب = −١ ∴ ٢ب = −١ − ١
∴ ٢ب = −٢ ∴ ب = −١

٧ ص − ٢س = ٠ ، س^{٢} − ص^{٢} = ٤٥

من المعادلة الأولى : ص = ٢س

بالتعويض فى المعادلة الثانية :

∴ س^{٢} + (٢س)^{٢} = ٤٥

∴ س^{٢} + ٤س^{٢} = ٤٥

∴ ٥ص^{٢} = ٤٥ بالقسمة على ٥

∴ س^{٢} = ٩ ∴ س = ± $\sqrt{٩}$ ∴ س = ± ٣

بالتعويض فى : ص = ٢س

عندما س = ٣ فإن : ص = ٢ × ٣ = ٦

عندما ص = − ٣ فإن : ص = ٢ × (−٣) = − ٦

∴ م.ح = {(٣ ، ٦) ، (−٣ ، − ٦)}

٨ س − ص = ١ ، س^{٢} − ص^{٢} = ٢٥

من المعادلة الأولى : س = ١ + ص

بالتعويض فى المعادلة الثانية :

∴ (١ + ص)^{٢} − ص^{٢} = ٢٥

∴ ١ + $\cancel{ص^{٢}}$ + ٢ص − $\cancel{ص^{٢}}$ = ٢٥

∴ ١ + ٢ص = ٢٥

∴ ٢ص = ٢٥ − ١ ∴ ٢ص = ٢٤ بالقسمة على ٢

∴ ص = $\frac{٢٤}{٢}$ = ١٢

بالتعويض فى : س = ١ + ص

∴ س = ١ + ١٢ = ١٣

∴ م.ح = {(١٣ ، ١٢)}

٩ س − ص = ٣ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢٩

من المعادلة الأولى : س = ٣ + ص

بالتعويض فى المعادلة الثانية :

∴ (٣ + ص)^{٢} + ص^{٢} = ٢٩

∴ ٩ + ٦ص + ص^{٢} + ص^{٢} = ٢٩

∴ ٢ص^{٢} + ٦ص + ٩ − ٢٩ = ٠

∴ ٢ص^{٢} + ٦ص − ٢٠ = ٠ بالقسمة على ٢

∴ ص^{٢} + ٣ص − ١٠ = ٠ ∴ (ص + ٥)(ص − ٢) = ٠

∴ ص = −٥ ، ص = ٢

عندما ص = −٥ فإن : س = ٣ + (−٥) = −٢

عندما ص = ٢ فإن : س = ٣ + ٢ = ٥

∴ م.ح = {(−٢ ، −٥) ، (٥ ، ٢)}

١٠ ص − س = ٢ ، س^{٢} + س ص − ٤ = ٠

من المعادلة الأولى : ص = ٢ + س

بالتعويض فى المعادلة الثانية :

∴ س^{٢} + س (٢ + س) − ٤ = ٠

∴ س^{٢} + ٢س + س^{٢} − ٤ = ٠

∴ ٢س^{٢} + ٢س − ٤ = ٠ بالقسمة على ٢

∴ س^{٢} + س − ٢ = ٠

∴ (س + ٢)(س − ١) = ٠

∴ س = −٢ ، س = ١

عندما س = −٢ فإن : ص = ٢ + (−٢) = صفر

عندما س = ١ فإن : ص = ٢ + ١ = ٣

∴ م.ح = {(−٢ ، ٠) ، (١ ، ٣)}

١١ س − ص = ٧ ، س ص = ٦٠

من المعادلة الأولى : س = ٧ + ص

بالتعويض فى المعادلة الثانية :

∴ (٧ + ص) ص = ٦٠

∴ ٧ص + ص^{٢} = ٦٠

∴ ص^{٢} + ٧ص − ٦٠ = ٠

∴ (ص + ١٢)(ص − ٥) = ٠

∴ ص = −١٢ ، ص = ٥

عندما ص = − ١٢ فإن : س = ٧ + (−١٢) = − ٥

عندما ص = ٥ فإن : س = ٧ + ٥ = ١٢

∴ م.ح = {(−٥ ، −١٢) ، (٥ ، ١٢)}

١٢ ص − س = ٣ ، س^{٢} + ص^{٢} − س ص = ٠

من المعادلة الأولى : ص = ٣ + س

∴ س^{٢} + (٣ + س)^{٢} − س (٣ + س) = ١٣

∴ س^{٢} + ٩ + ٦س + $\cancel{س^{٢}}$ − ٣س − $\cancel{س^{٢}}$ = ١٣

∴ س^{٢} + ٩ + ٣س − ١٣ = ٠

∴ س^{٢} + ٣س − ٤ = ٠ ∴ (س + ٤)(س − ١) = ٠

∴ س = −٤ ، س = ١

عندما س = −٤ فإن : ص = ٣ + (−٤) = −١

عندما س = ١ فإن : ص = ٣ + ١ = ٤

∴ م.ح = {(−٤ ، −١) ، (١ ، ٤)}

١٣ س − ص = ٠ ، س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ١٢

من المعادلة الأولى : س = ص

بالتعويض فى المعادلة الثانية :

∴ ص^{٢} + ص × ص + ص^{٢} = ١٢

∴ ص^{٢} + ص^{٢} + ص^{٢} = ١٢

∴ ٣ص^{٢} = ١٢ ∴ ص^{٢} = $\frac{١٢}{٣}$ = ٤

∴ ص = ± $\sqrt{٤}$ ∴ ص = ± ٢

عندما ص = ٢ فإن : س = ٢

عندما ص = −٢ فإن : س = −٢

∴ م.ح = {(٢ ، ٢) ، (−٢ ، −٢)}

١٤ س + ص = ٢ ، $\frac{١}{س}$ + $\frac{١}{ص}$ = ٢

من المعادلة الأولى : س = ٢ − ص

بالتعويض فى المعادلة الثانية :

∵ $\frac{١}{س}$ + $\frac{١}{ص}$ = ٢ ∴ $\frac{ص + س}{س ص}$ = ٢

∴ $\frac{\cancel{ص} + ٢ - \cancel{ص}}{(٢ - ص) ص}$ = ٢

∴ $\frac{\cancel{٢}}{(٢ - ص) ص}$ = $\frac{\cancel{٢}}{١}$ ∴ (٢ − ص) ص = ١

∴ ٢ص − ص^{٢} − ١ = ٠ بالضرب فى −١

∴ ص^{٢} − ٢ص + ١ = ٠

∴ (ص − ١)^{٢} = ٠ ∴ ص − ١ = ٠ ∴ ص = ١

عندما ص = ١ فإن : س = ٢ − ١ = ١

∴ م.ح = {(١ ، ١)}

١٥ باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة

٣س^{٢} − ٦س + ١ = ٠ "مقرباً الناتج لرقمين عشريين"

أ = ٣
ب = −٦
حـ = ١

المميز = ب^{٢} − ٤أحـ

= (−٦)^{٢} − ٤ × ٣ × ١ = ٢٤

∵ س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أحـ}}{٢أ}$

= $\frac{-(-٦) \pm \sqrt{٢٤}}{٢ \times ٣}$ = $\frac{٦ \pm ٢\sqrt{٦}}{٦}$ = $\frac{٣ \pm \sqrt{٦}}{٣}$

∴ س = $\frac{٣ + \sqrt{٦}}{٣}$ ≃ ١,٨٢

أو ∴ س = $\frac{٣ - \sqrt{٦}}{٣}$ ≃ ٠,١٨

∴ م.ح = {١,٨٢ ، ٠,١٨}

١٦ باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة

س^{٢} − ٣س = ١ "حيث $\sqrt{١٣}$ ≃ ٣,٦"

أ = ١
ب = −٣
حـ = −١

∵ س^{٢} − ٣س = ١

∴ س^{٢} − ٣س − ١ = ٠

المميز = ب^{٢} − ٤أحـ

= (−٣)^{٢} − ٤ × ١ × (−١) = ٩ + ٤ = ١٣

∵ س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أحـ}}{٢أ}$

= $\frac{-(-٣) \pm \sqrt{١٣}}{٢ \times ١}$ = $\frac{٣ \pm \sqrt{١٣}}{٢}$ = $\frac{٣ \pm ٣,٦}{٢}$

∴ س = $\frac{٣ + ٣,٦}{٢}$ = ٣,٣

أو س = $\frac{٣ - ٣,٦}{٢}$ = −٠,٣

∴ م.ح = {−٠,٣ ، ٣,٣}

أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلات الآتية بيانياً : (أجب نفسك)

① ص = س + ٤ ، س + ص = ٤

② ٣س + ٢ص = ٦ ، ص = ٣ − $\frac{٣}{٢}$ س

③ ص = ٢س − ٣ ، ٢ص = ٤س + ٢

١٧ باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة

س (س−٢) = ٦ "مقرباً لأقرب رقم عشرى واحد"

نفك الأقواس أولاً و نضع المعادلة على صورتها فتكون:

س (س−٢) = ٦ ∴ س^{٢} − ٢س = ٦

∴ س^{٢} − ٢س − ٦ = ٠

أ = ١
ب = −٢
حـ = −٦

المميز = ب^{٢} − ٤أحـ

= (−٢)^{٢} − ٤ × ١ × (−٦) = ٤ + ٢٤ = ٢٨

∵ س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أحـ}}{٢أ}$ = $\frac{-(-٢) \pm \sqrt{٢٨}}{٢ \times ١}$

= $\frac{-(-٢) \pm ٢\sqrt{٧}}{٢ \times ١}$ = $\frac{٢ \pm ٢\sqrt{٧}}{٢}$

= ١ ± $\sqrt{٧}$

∴ س = ١ + $\sqrt{٧}$ ≃ ٣,٦

أو س = ١ − $\sqrt{٧}$ ≃ −١,٦

∴ م.ح = {٣,٦ ، −١,٦}

١٨ باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة

س + $\frac{٢}{س}$ = ٥ "علماً بأن : $\sqrt{١٧}$ ≃ ٤,١٢"

يجب أولاً وضع المعادلة على الصورة الخاصة بها فتكون:

س + $\frac{٢}{س}$ = ٥ بالضرب × س

س × س + $\frac{٢}{س}$ × س = ٥ × س

س^{٢} + ٢ = ٥س ونرتبها

س^{٢} + ٢ − ٥س = ٠

س^{٢} − ٥س + ٢ = ٠

أ = ١
ب = −٥
حـ = ٢

المميز = ب^{٢} − ٤أحـ = (−٥)^{٢} − ٤ × ١ × ٢ = ١٧

∵ س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أحـ}}{٢أ}$ = $\frac{-(-٥) \pm \sqrt{١٧}}{٢ \times ١}$

س = $\frac{٥ \pm ٤,١٢}{٢}$

∴ س = $\frac{٥ + ٤,١٢}{٢}$ ≃ ٤,٥٦

أو س = $\frac{٥ - ٤,١٢}{٢}$ ≃ ٠,٤٤

∴ م.ح = {٤,٥٦ ، ٠,٤٤}

١٩ باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة

(س − ٣)^{٢} − ٥س = ٠ "مقرباً لأقرب رقمين عشريين"

نفك الأقواس أولاً و نضع المعادلة على صورتها فتكون:

∵ س^{٢} − ٦س + ٩ − ٥س = ٠

∴ س^{٢} − ١١س + ٩ = ٠

أ = ١
ب = −١١
حـ = ٩

المميز = ب^{٢} − ٤أحـ

= (−١١)^{٢} − ٤ × ١ × ٩ = ٨٥

∵ س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أحـ}}{٢أ}$ = $\frac{-(-١١) \pm \sqrt{٨٥}}{٢ \times ١}$

∴ س = $\frac{١١ + \sqrt{٨٥}}{٢}$ ∴ س ≃ ١٠,١١

أو س = $\frac{١١ - \sqrt{٨٥}}{٢}$ ∴ س ≃ ٠,٨٩

∴ م.ح = {١٠,١١ ، ٠,٨٩}

٢٠ باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة

$\frac{س}{٣}$ = $\frac{١}{٥ - س}$ "مقرباً لأقرب رقمين عشريين"

نضع المعادلة على صورتها فتكون:

أ = ١
ب = −٥
حـ = ٣

∵ $\frac{س}{٣}$ = $\frac{١}{٥ - س}$

∴ ٥س − س^{٢} = ٣

∴ ٥س − س^{٢} − ٣ = ٠ × −١

∴ س^{٢} − ٥س + ٣ = ٠

المميز = ب^{٢} − ٤أحـ = (−٥)^{٢} − ٤ × ١ × ٣ = ١٣

∵ س = $\frac{-(-٥) \pm \sqrt{١٣}}{٣ \times ١}$ = $\frac{٥ \pm \sqrt{١٣}}{٣}$

∴ س = $\frac{٥ + \sqrt{١٣}}{٣}$ ∴ س ≃ ٤,٣٠

أو س = $\frac{٥ - \sqrt{١٣}}{٣}$ ∴ س ≃ ٠,٧٠

∴ م.ح = {٤,٣٠ ، ٠,٧٠}

"مسائل لفظية"

١ عددان مجموعها ٥٥ والفرق بينهما ١٥ أوجد العددين ؟

نفرض أن العدد الأول س والعدد الثانى ص

فيكون مجموعهما س + ص = ٥٥ ⇐ (١)

ويكون الفرق بينهما س − ص = ١٥ ⇐ (٢) ونحل المعادلتين معاً فيكون:

س + ص = ٥٥ ⇐(١)

س − ص = ١٥ ⇐(٢) وبالجمع

٢س = ٧٠ ∴ س = $\frac{٧٠}{٢}$ ∴ س = ٣٥

وبالتعويض فى أياً من المعادلتين : ولتكن المعادلة (١) س + ص = ١٥

∴ ٣٥ + ص = ٥٥ ∴ ص = ٥٥ − ٣٥ ⇐ ∴ ص = ٢٠ ∴ العددان هما ٢٠ ، ٣٥

٢ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥سم ، محيطه ١٨سم أوجد كلاً من بُعدى المستطيل ؟

نفرض أن طول المستطيل س ، عرض المستطيل ص

∵ طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥سم ∴ س = ص + ٥ س − ص = ٥ ⇐ (١)

، ∵ محيطه = ١٨سم ∴ ٢(س + ص) = ١٨ بالقسمة على ٢ س + ص = ٩ ⇐ (٢)

بحل المعادلتين : س − ص = ٥

س + ص = ٩ بالجمع

٢س = ١٤ ∴ س = $\frac{١٤}{٢}$ ∴ س = ٧

وبالتعويض فى المعادلة (٢) ٧ + ص = ٩ ∴ ص = ٩ − ٧ ∴ ص = ٢

∴ الطول = ٧سم ، العرض = ٢سم

٣ عدد مكون من رقمين مجموعهما ١١ وإذا عكس وضع الرقمين فإن العدد الناتج يزيد على العدد الأصلي بمقدار ٢٧ ما هو العدد الأصلى ؟

نفرض أن رقم الآحاد = س ، رقم العشرات = ص

∵ مجموعهما = ١١ ∴ س + ص = ١١ ⇐ (١)

∵ العدد الناتج − العدد الأصلى = ٢٧

∴ (ص + ١٠س) − (س + ١٠ص) = ٢٧

ص + ١٠س − س − ١٠ص = ٢٧

	آحاد	عشرات	قيمة العدد
العدد الأصلى	س	ص	س + ١٠ص
العدد الناتج	ص	س	ص + ١٠س

∴ ٩س − ٩ص = ٢٧ ⇐ ∴ س − ص = ٣ ⇐ (٢)

س + ص = ١١

س − ص = ٣ بالجمع

٢س = ١٤ ∴ س = $\frac{١٤}{٢}$ ∴ س = ٧

وبالتعويض فى المعادلة (١) ∴ ٧ + ص = ١١ ∴ ص = ١١ − ٧ ∴ ص = ٤

∴ العدد الأصلى = ٤٧

٤ عددان حقيقيان الفرق بينهما ١ والفرق بين مربعيهما ٧ أوجد العددين ؟

نفرض أن العدد الأكبر س ، العدد الأصغر ص

∵ الفرق بينهما ١ ∴ س − ص = ١ ⇐ (١)

∵ الفرق بين مربعيهما ٧ ∴ س^{٢} − ص^{٢} = ٧ ⇐ (٢)

من المعادلة (١) س = ١ + ص ⇐ (٣)

∴ (١ + ص)^{٢} − ص^{٢} = ٧ ∴ ١ + ٢ص + ص^{٢} − ص^{٢} = ٧

∴ ١ + ٢ص = ٧ ∴ ٢ص = ٧ − ١ ∴ ٢ص = ٦ ∴ ص = ٣

بالتعويض فى (٣) ∴ س = ١ + ٣ ∴ س = ٤ ∴ العددان هما ٤ ، ٣

٥ مستطيل محيطه ١٤سم ، ومساحته ١٢سم^{٢} أوجد كلاً من بُعديه ؟

نفرض أن بُعدى المستطيل س سم ، ص سم

∵ محيط المستطيل = ٢ × (الطول + العرض) ∴ ١٤ = ٢ (س + ص) بالقسمة على (٢)

∴ ٧ = س + ص ∴ س + ص = ٧ ∴ ص = ٧ − س ⇐ (١)

∵ مساحة المستطيل = الطول × العرض

∴ ١٢ = س × ص ∴ س ص = ١٢ ⇐ (٢)

بالتعويض من المعادلة (١) فى المعادلة (٢)

∴ س (٧ − س) = ١٢ ∴ ٧س − س^{٢} = ١٢ ∴ ٧س − س^{٢} − ١٢ = ٠

∴ − س^{٢} + ٧س − ١٢ = ٠ "بالضرب × − ١"

∴ س^{٢} − ٧س + ١٢ = ٠ ∴ (س − ٣)(س − ٤) = ٠

∵ س − ٣ = ٠ ∴ س = ٣ بالتعويض فى (١) ص = ٧ − ٣ ∴ ص = ٤

∵ س − ٤ = ٠ ∴ س = ٤ بالتعويض فى (١) ص = ٧ − ٤ ∴ ص = ٣

∴ بُعد المستطيل هما ٣سم ، ٤سم

٦ مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٣سم ، ومحيطه ٣٠سم أوجد طولى ضلعى القائمة ؟

نفرض أن طولى ضلعى القائمة هما س سم ، ص سم

∵ محيط المثلث = ٣٠ سم ∴ س + ص + ١٣ = ٣٠

∴ س + ص = ٣٠ − ١٣ ∴ س + ص = ١٧ ومنها ∴ ص = ١٧ − س ⇐ (١)

ومن فيثاغورث : ∴ س^{٢} + ص^{٢} = (١٣)^{٢} ∴ س^{٢} + ص^{٢} = ١٦٩ ⇐ (٢)

بالتعويض من المعادلة (١) فى المعادلة (٢) عن قيمة ص

∴ (١٧ − س)^{٢} + س^{٢} = ١٦٩ ∴ ٢٨٩ − ٣٤س + س^{٢} + س^{٢} − ١٦٩ = ٠

∴ ٢س^{٢} − ٣٤س + ١٢٠ = ٠ بالقسمة على (٢)

∴ س^{٢} − ١٧س + ٦٠ = ٠ ∴ (س − ١٢)(س − ٥) = ٠ ∴ س = ١٢ أو س = ٥

بالتعويض فى (١) عند س = ١٢ ∴ ص = ١٧ − ١٢ = ٥

عند س = ٥ ∴ ص = ١٧ − ٥ = ١٢

∴ طولا ضلعى القائمة هما : ٥سم ، ١٢سم

"ملخص الوحدة الثانية"

⊙ أصفار الدالة كثيرة الحدود ص(د) = مجموعة القيم التى تجعل الدالة تساوى صفر

ملاحظات هامة :

① إذا كان : د(س) = أ ، أ ∈ ح* **فإن :** ص(س) = ∅ **فمثلاً :** إذا كانت : د(س) = ٥ **فإن :** ص(س) = ∅

② إذا كان : د(س) = صفر **فإن :** ص(س) = ح

③ إذا كان : د(س) = س^{٢} + أ ، أ ∈ ح$^{+}$ **فإن :** ص(س) = ∅

فمثلاً : إذا كانت : د(س) = س^{٢} + ٤ **فإن :** ص(س) = ∅

⊙ أصفار الدالة الكسرية = {أصفار البسط} − {أصفار المقام}

◎ أى ما يوجد فى مجموعة أصفار البسط ولا يوجد فى مجموعة أصفار المقام

⊙ مجال الكسر الجبرى = ح − {أصفار المقام} ويتم تعيينه قبل الاختصار

⊙ مجال الكسر الجبرى = مجال معكوسة الجمعى

⊙ المجال المشترك لكسرين جبريين = ح − { أصفار مقام الكسر الأول ∪ أصفار مقام الكسر الثانى }

⊙ تساوى كسرين جبريين :

يتساوى الكسرين الجبريين إذا تحقق الشرطان معاً :

(١) مجال ن$_{١}$ = مجال ن$_{٢}$ (٢) ن$_{١}$(س) = ن$_{٢}$(س)

⊙ خطوات جمع أو طرح كسرين جبريين :

① نرتب حدود البسط والمقام لكل كسر حسب الأس تصاعدياً أو تنازلياً (ويفضل تنازلياً)

② نحلل بسط ومقام كل كسر إن أمكن ③ نوجد المجال المشترك وهو المجال المطلوب

④ نختزل (نختصر) كل كسر على حدة ونوحد المقامات ونجرى عملية الجمع أو الطرح

⊙ خطوات ضرب كسرين جبريين :

عند ضرب كسرين جبريين لا نوحد المقامات ولكن ....

① نرتب الحدود. ② نحلل البسط والمقام. ③ نوجد المجال المشترك.

④ نحذف العوامل المشتركة (الأقواس المتشابهة) من أي بسط مع أي مقام.

⑤ وأخيراً نجرى عملية الضرب (البسط × البسط) ، (والمقام × المقام).

⊙ المعكوس الضربى هو مقلوب الكسر الجبرى

⊙ مجال المعكوس الضربى = ح − { مجموعة أصفار البسط ∪ مجموعة أصفار المقام }

⊙ خطوات قسمة كسرين جبريين :

لإجراء عملية قسمة الكسور الجبرية تتبع الخطوات التالية :

① نرتب حدود البسط والمقام.

② نحلل بسط ومقام كل كسر.

③ نوجد المجال وهو : ح − { أصفار مقام الكسر الأول ∪ أصفار بسط ومقام الكسر الثانى }

④ نحول القسمة إلى ضرب وذلك بتبديل علامة ÷ إلى × ونقلب ما بعدها

⑤ نحذف العوامل المشتركة بين البسط والمقام.

⑥ نضرب البسط × البسط ، المقام × المقام ، ونبسط الناتج.

الأسئلة المقالية

١ أوجد مجموعة أصفار ص(د) لكل من دوال كثيرات الحدود الآتية :

(١) د(س) = ٥س − ١٠ (٢) د(س) = س^{٢} − ٦س + ٨ (٣) د(س) = س^{٣} + ٢٧

(٤) د(س) = س^{٢} − ٩ (٥) د(س) = س^{٢} − ٥س (٦) د(س) = س^{٥} − ٣٢

(١) بوضع د(س) = ٠ ∴ ٥س − ١٠ = ٠ ∴ ٥س = ١٠ ∴ س = $\frac{١٠}{٥}$ = ٢ ∴ ص(د) = {٢}	(٢) بوضع د(س) = ٠ ∴ س^{٢} − ٦س + ٨ = ٠ ∴ (س − ٢)(س − ٤) = ٠ س − ٢ = ٠ ∴ س = ٢ س − ٤ = ٠ ∴ س = ٤ ∴ ص(د) = {٢ ، ٤}	(٣) بوضع د(س) = ٠ ∴ س^{٣} + ٢٧ = ٠ ∴ س^{٣} = − ٢٧ ∴ س = $\sqrt[٣]{-٢٧}$ = −٣ ∴ ص(د) = {−٣}
(٤) بوضع د(س) = ٠ ∴ س^{٢} − ٩ = ٠ ∴ س^{٢} = ٩ ∴ س = ± $\sqrt{٩}$ = ± ٣ ∴ ص(د) = {٣ ، −٣}	(٥) بوضع د(س) = ٠ ∴ س^{٢} − ٥س = ٠ ∴ س(س − ٥) = ٠ ∴ س = ٠ أ، س = ٥ ∴ ص(د) = {٠ ، ٥}	(٦) بوضع د(س) = ٠ ∴ س^{٥} − ٣٢ = ٠ ∴ س^{٥} = ٣٢ ∴ س^{٥} = ٢^{٥} ∴ س = ٢ ∴ ص(د) = {٢}

٢ أوجد المجال المشترك لكل من : ن$_{١}$(س) = $\frac{س^{٢} + ٣س + ٢}{س^{٢} - ٤}$ ، ن$_{٢}$(س) = $\frac{س^{٢} - ١}{س^{٢} - ٣س + ٢}$

∵ ن$_{١}$(س) = $\frac{س^{٢} + ٣س + ٢}{(س - ٢)(س + ٢)}$ ∴ مجال ن$_{١}$ = ح − {٢ ، −٢}

، ∵ ن$_{٢}$(س) = $\frac{س^{٢} - ١}{(س - ٢)(س - ١)}$ ∴ مجال ن$_{٢}$ = ح − {٢ ، ١}

∴ المجال المشترك للكسرين الجبريين ن$_{١}$ ، ن$_{٢}$ هو ن$_{٢}$ = ح − {١ ، ٢ ، −٢}

٣ أوجد مجموعة أصفار كلاً من الدوال الكسرية الآتية :-

① ن(س) = $\frac{س^{٢} - ٩}{س^{٢} - ٥س + ٦}$	② ن(س) = $\frac{س + ٥}{س^{٢} - س}$
ن(س) = $\frac{(س - ٣)(س + ٣)}{(س - ٢)(س - ٣)}$ أصفار البسط = {−٣ ، ٣} أصفار المقام = {٢ ، ٣} ∴ ص(ن) = {−٣ ، ٣} − {٢ ، ٣} = {−٣}	ن(س) = $\frac{س + ٥}{س(س - ١)}$ أصفار البسط = {٥} أصفار المقام = {٠ ، ١} ∴ ص(ن) = {٥} − {٠ ، ١} = {٥}

٤ إذا كان : $ق_١(س) = \frac{٢س}{٢س + ٤}$ ، $ق_٢(س) = \frac{س^٢ + ٢س}{س^٢ + ٤س + ٤}$ **فأثبت أن :** $ق_١ = ق_٢$

$\because ق_١(س) = \frac{٢س}{٢(س + ٢)}$ $\therefore$ مجال $ق_١ = ح - \{-٢\}$ $\therefore ق_١(س) = \frac{\cancel{٢}س}{\cancel{٢}(س + ٢)} = \frac{س}{س + ٢}$	$\because ق_٢(س) = \frac{س(س + ٢)}{(س + ٢)(س + ٢)}$ $\therefore$ مجال $ق_٢ = ح - \{-٢\}$ $\therefore ق_١(س) = \frac{س\cancel{(س + ٢)}}{(س + ٢)\cancel{(س + ٢)}} = \frac{س}{س + ٢}$
$\because$ مجال $ق_١ =$ مجال $ق_٢$ (١) ، $ق_١(س) = ق_٢(س)$ (٢) $\therefore ق_١ = ق_٢$	

٥ إذا كان : $ق_١(س) = \frac{س^٢ - ٩}{س^٢ + ٤س + ٣}$ ، $ق_٢(س) = \frac{س - ٣}{س + ١}$ **هل** $ق_١ = ق_٢$**؟ مع ذكر السبب.**

$\because ق_١(س) = \frac{\cancel{(س + ٣)}(س - ٣)}{\cancel{(س + ٣)}(س + ١)}$ $\therefore$ مجال $ق_١ = ح - \{-٣ ، -١\}$ $\therefore ق_١(س) = \frac{س - ٣}{س + ١}$	$\because ق_٢(س) = \frac{س - ٣}{س + ١}$ $\therefore$ مجال $ق_٢ = ح - \{-١\}$ $\therefore ق_٢(س) = \frac{س - ٣}{س + ١}$
$\because$ مجال $ق_١ \neq$ مجال $ق_٢$	$\therefore ق_١ \neq ق_٢$

٦ إذا كان : $ق_١(س) = \frac{س^٢ + س - ١٢}{س^٢ + ٥س + ٤}$ ، $ق_٢(س) = \frac{س^٢ - ٢س - ٣}{س^٢ + ٢س + ١}$

فاثبت أن : $ق_١(س) = ق_٢(س)$ **لجميع** قيم س **التى تنتمى إلى المجال المشترك وأوجد هذا المجال**

$\because ق_١(س) = \frac{\cancel{(س + ٤)}(س - ٣)}{\cancel{(س + ٤)}(س + ١)}$ $\because$ مجال $ق_١ = ح - \{-٤ ، -١\}$ $\therefore ق_١(س) = \frac{س - ٣}{س + ١}$	$\because ق_٢(س) = \frac{\cancel{(س + ١)}(س - ٣)}{\cancel{(س + ١)}(س + ١)}$ $\because$ مجال $ق_٢ = ح - \{-١\}$ $\therefore ق_٢(س) = \frac{س - ٣}{س + ١}$
$\therefore ق_١(س) = ق_٢(س)$ لجميع قيم س تنتمى للمجال المشترك للدالتين $ق_١$ ، $ق_٢$ وهو $ح - \{-٤ ، -١\}$	

$ق_١(س) = ق_٢(س)$ لجميع قيم س التى تنتمي إلى المجال المشترك .

---

٧ أوجد $ق(س)$ **فى أبسط صورة مبيناً مجال** ق **حيث** $ق(س) = \frac{س^٢ - ٢س}{س^٢ - ٤} + \frac{٢س + ٦}{س^٢ + ٥س + ٦}$

$$ق(س) = \frac{س(س - ٢)}{(س - ٢)(س + ٢)} + \frac{٢(س + ٣)}{(س + ٣)(س + ٢)}$$

$\therefore$ مجال $ق = ح - \{٢ ، -٢ ، -٣\}$

$$\therefore ق(س) = \frac{س\cancel{(س - ٢)}}{\cancel{(س - ٢)}(س + ٢)} + \frac{٢\cancel{(س + ٣)}}{\cancel{(س + ٣)}(س + ٢)} = \frac{س}{س + ٢} + \frac{٢}{س + ٢} = \frac{س + ٢}{س + ٢} = ١$$

٨ **أوجد** ق(س) **فى أبسط صورة مبيناً مجال** ق **حيث** ق(س) = $\frac{٥س + ١٥}{س^٢ - ٢س - ١٥} - \frac{س^٢ - ٤س}{س^٢ - ٩س + ٢٠}$

ق(س) = $\frac{٥\,\cancel{(س + ٣)}}{(س - ٥)\,\cancel{(س + ٣)}} - \frac{س\,\cancel{(س - ٤)}}{(س - ٥)\,\cancel{(س - ٤)}}$

مجال ق = ح − {٥ ، −٣ ، ٤}

∴ ق(س) = $\frac{٥}{س - ٥} - \frac{س}{س - ٥} = \frac{-(س - ٥)}{س - ٥} = -١$

---

٩ **إذا كان :** ق(س) = $\frac{س^٢ + س}{س^٢ - ١} - \frac{س^٢ - ٣س - ١٠}{س^٢ - ٦س + ٥}$ **فأوجد** ق(س) **فى أبسط صورة مبيناً مجال** ق

ثم أوجد : ق(٢) ، ق(−١) **إن أمكن ذلك**

∵ ق(س) = $\frac{س(س + ١)}{(س - ١)(س + ١)} - \frac{(س - ٥)(س + ٢)}{(س - ٥)(س - ١)}$

∴ مجال ق = ح − {١ ، −١ ، ٥}

∵ ق(س) = $\frac{س\,\cancel{(س + ١)}}{(س - ١)\,\cancel{(س + ١)}} - \frac{\cancel{(س - ٥)}\,(س + ٢)}{\cancel{(س - ٥)}\,(س - ١)} = \frac{س}{س - ١} - \frac{س + ٢}{س - ١}$

= $\frac{س - (س + ٢)}{س - ١} = \frac{س - س - ٢}{س - ١} = \frac{-٢}{س - ١}$

∴ ق(٢) = $\frac{-٢}{٢ - ١} = \frac{-٢}{١} = -٢$ ق(−١) غير معرفة لأن −١ ∉ مجال ق

---

١٠ **أوجد** ق(س) **فى أبسط صورة مبيناً مجال** ق **حيث** ق(س) = $\frac{٣س + ١٥}{س^٢ + ٧س + ١٠} + \frac{٢س^٢ - ٣س - ٢}{س^٢ - ٤}$

ق(س) = $\frac{٣\,\cancel{(س + ٥)}}{(س + ٢)\,\cancel{(س + ٥)}} + \frac{(٢س + ١)\,\cancel{(س - ٢)}}{(س + ٢)\,\cancel{(س - ٢)}}$

مجال ق = ح − {−٢ ، −٥ ، ٢}

∴ ق(س) = $\frac{٣}{س - ٢} - \frac{٢س + ١}{س + ٢} = \frac{٣ + ٢س + ١}{س + ٢} = \frac{٢س + ٤}{س + ٢} = \frac{٢\,\cancel{(س + ٢)}}{\cancel{س + ٢}} = ٢$

---

١١ **إذا كان :** ق(س) = $\frac{٣س - ١٥}{س^٢ - ٦س + ٥} - \frac{س - ١}{س^٢ - ١}$ **أوجد** ق(س) **فى أبسط صورة مبيناً مجال** ق

∵ ق(س) = $\frac{٣(س - ٥)}{(س - ٥)(س - ١)} - \frac{س - ١}{(س - ١)(س + ١)}$

∴ مجال ق = ح − {٥ ، −١ ، ١}

∴ ق(س) = $\frac{٣}{س - ١} - \frac{١}{س + ١} = \frac{٣(س + ١) - ١ \times (س - ١)}{(س - ١)(س + ١)}$

= $\frac{٣س + ٣ - س + ١}{(س - ١)(س + ١)} = \frac{٢س + ٤}{(س - ١)(س + ١)} = \frac{٢(س + ٢)}{(س - ١)(س + ١)}$

١٢ **أوجد** ن(س) **فى أبسط صورة مبيناً مجال** ن **حيث** ن(س) = $\frac{س^٢ - ١}{س^٢ - س - ٢} - \frac{٦س + ٣}{٣س^٢ + ٣س - ١٨}$

ن(س) = $\frac{(س - ١)(س + ١)}{(س - ٢)(س + ١)} - \frac{٣(٢س + ١)}{٣(س^٢ + س - ٦)} = \frac{(س - ١)\cancel{(س + ١)}}{(س - ٢)\cancel{(س + ١)}} - \frac{\cancel{٣}(٢س + ١)}{\cancel{٣}(س + ٣)(س - ٢)}$

مجال ن = ح − {٢ ، −١ ، −٣}

∴ ن(س) = $\frac{س - ١}{س - ٢} - \frac{٣(٢س + ١)}{٣(س + ٣)(س - ٢)}$ "بالضرب × $\frac{س + ٣}{س + ٣}$"

∴ ن(س) = $\frac{(س - ١)(س + ٣)}{(س - ٢)(س + ٣)} - \frac{(٢س + ١)}{(س - ٢)(س + ٣)}$

∴ ن(س) = $\frac{(س - ١)(س + ٣) - (٢س + ١)}{(س - ٢)(س + ٣)} = \frac{س^٢ + ٣س - س - ٣ - ٢س - ١}{(س - ٢)(س + ٣)}$

= $\frac{س^٢ + \cancel{٢س} - ٣ - \cancel{٢س} - ١}{(س - ٢)(س + ٣)} = \frac{س^٢ - ٤}{(س - ٢)(س + ٣)} = \frac{\cancel{(س - ٢)}(س + ٢)}{\cancel{(س - ٢)}(س + ٣)} = \frac{س + ٢}{س + ٣}$

---

١٣ **أوجد** ن(س) **فى أبسط صورة مبيناً مجال** ن **حيث** ن(س) = $\frac{س^٢ + ٢س + ٤}{س^٣ - ٨} - \frac{٩ - س^٢}{س^٢ + س - ٦}$

ن(س) = $\frac{س^٢ + ٢س + ٤}{س^٣ - ٨} - \frac{-(س^٢ - ٩)}{س^٢ + س - ٦} = \frac{س^٢ + ٢س + ٤}{س^٣ - ٨} + \frac{س^٢ - ٩}{س^٢ + س - ٦}$

= $\frac{س^٢ + ٢س + ٤}{(س - ٢)(س^٢ + ٢س + ٤)} + \frac{(س - ٣)(س + ٣)}{(س + ٣)(س - ٢)}$ مجال ن = ح − {٢ ، −٣}

∴ ن(س) = $\frac{١}{س - ٢} - \frac{س - ٣}{س - ٢} = \frac{١ + س - ٣}{س - ٢} = \frac{س - ٢}{س - ٢} = ١$

---

١٤ **أوجد** ن(س) **فى أبسط صورة مبيناً المجال حيث :** ن(س) = $\frac{س^٢ + ٢س - ٣}{س + ٣} \times \frac{س + ١}{س^٢ - ١}$

∵ ن(س) = $\frac{\cancel{(س - ١)}\cancel{(س + ٣)}}{\cancel{س + ٣}} \times \frac{\cancel{س + ١}}{\cancel{(س + ١)}\cancel{(س - ١)}}$

∴ مجال ن = ح − {−٣ ، −١ ، ١} وبحذف العوامل المشتركة ∴ ن(س) = ١

---

١٥ **أوجد** ن(س) **فى أبسط صورة مبيناً المجال حيث :** ن(س) = $\frac{س^٣ - ١}{س^٢ - ٢س + ١} \times \frac{٢س - ٢}{س^٢ + س + ١}$

∵ ن(س) = $\frac{\cancel{(س - ١)}\cancel{(س^٢ + س + ١)}}{\cancel{(س - ١)}\cancel{(س - ١)}} \times \frac{٢\cancel{(س - ١)}}{\cancel{س^٢ + س + ١}}$

مجال ن = ح − {١ ، −١} ∴ ن(س) = ٢

---

١٦ **أوجد** د(س) **فى أبسط صورة مبيناً مجال** د **:**

حيث : د(س) = $\frac{س - ٢}{س^٢ - س - ٢} \times \frac{٢س^٢ + س - ١}{س + ٣}$ ثم أوجد : د(٠) ، د(−١) إن أمكن ذلك

∵ د(س) = $\frac{س - ٢}{(س - ٢)\cancel{(س + ١)}} \times \frac{(٢س - ١)\cancel{(س + ١)}}{س + ٣}$

∴ مجال د = ح − {٢ ، −١ ، −٣} وبحذف العوامل المشتركة ∴ د(س) = $\frac{٢س - ١}{س + ٣}$

∴ د(٠) = $\frac{٢ \times ٠ - ١}{٠ + ٣} = \frac{-١}{٣}$ ، د(−١) غير معرفة لأن : −١ ∉ لمجال د

١٧ **أوجد** ن(س) **فى أبسط صورة مبيناً مجال** ن **حيث** ن(س) = $\frac{س^٢ - ١٢س + ٣٦}{س^٢ - ٦س} \times \frac{٤س + ٢٤}{٣٦ - س^٢}$

ن(س) = $\frac{س^٢ - ١٢س + ٣٦}{س^٢ - ٦س} \times \frac{٤س + ٢٤}{-(س^٢ - ٣٦)}$

= $\frac{(س - ٦)\cancel{(س - ٦)}}{س\cancel{(س - ٦)}} \times \frac{٤\cancel{(س + ٦)}}{-(س - ٦)\cancel{(س + ٦)}}$

مجال ن = ح − {٠ ، ٦ ، −٦} ∴ ن(س) = $\frac{٤}{-س} = \frac{-٤}{س}$

١٨ **إذا كان :** ن(س) = $\frac{س^٢ - ٢س}{س - ٢}$

① **أوجد :** $ن^{-١}$(س) فى أبسط صورة مبيناً المجال

② **أوجد :** $ن^{-١}$(−١)

③ **إذا كان :** $ن^{-١}$(س) = $\frac{١}{٣}$ فما قيمة س ؟

① ∵ ن(س) = $\frac{س(س - ٢)}{س - ٢}$ ∴ مجال $ن^{-١}$ = ح − {٠ ، ٢}

∵ ن(س) = $\frac{س\cancel{(س - ٢)}}{\cancel{س - ٢}}$ = س ∴ $ن^{-١}$(س) = $\frac{١}{س}$

② $ن^{-١}$(−١) = $\frac{١}{-١}$ = −١ ③ ∵ $ن^{-١}$(س) = $\frac{١}{٣}$ ∴ $\frac{١}{س} = \frac{١}{٣}$ ∴ س = ٣

١٩ **إذا كان :** ن(س) = $\frac{س^٢ - ٣س}{س^٢ - ٥س + ٦}$

أوجد : ① $ن^{-١}$(س) فى أبسط صورة وعين مجاله $ن^{-١}$ ② **قيمة** س **إذا كان :** $ن^{-١}$(س) = ٢

ن(س) = $\frac{س(س - ٣)}{(س - ٣)(س - ٢)}$ مجال $ن^{-١}$ = ح − {٣ ، ٢ ، ٠}

ن(س) = $\frac{س\cancel{(س - ٣)}}{\cancel{(س - ٣)}(س - ٢)} = \frac{س}{(س - ٢)}$ ∴ $ن^{-١}$(س) = $\frac{س - ٢}{س}$

عند $ن^{-١}$(س) = ٢ ∴ $\frac{س - ٢}{س}$ = ٢ ∴ ٢س = س − ٢ ∴ ٢س − س = −٢ ∴ س = −٢

٢٠ **إذا كان المعكوس الضربى للكسر** $\frac{س^٢ + ٢س}{س^٢ - ٢س + ك}$ **هو** $\frac{س - ٤}{س}$ **فما هى قيمة** ك

ثم أوجد مجال الكسر الذى يحقق ذلك

∵ $\frac{س^٢ - ٢س + ك}{س^٢ + ٢س} = \frac{س - ٤}{س}$ ∴ $\frac{س^٢ - ٢س + ك}{س(س + ٢)} = \frac{س - ٤}{س}$

∴ $س^٢ - ٢س + ك = (س + ٢)(س - ٤)$

∴ $س^٢ - ٢س + ك = س^٢ - ٤س + ٢س - ٨$

∴ $س^٢ - ٢س + ك = س^٢ - ٤س + ٢س - ٨$ بالمقارنة ∴ ك = −٨

∵ $\frac{س^٢ - ٢س - ٨}{س^٢ + ٢س} = \frac{(س + ٢)(س - ٤)}{س(س + ٢)}$ ∴ مجال $ن^{-١}$ = ح − {−٢ ، ٤ ، ٠}

٢١ إذا كان : $ن(س) = \frac{س^٢ - ٢س}{(س - ٢)(س^٢ + ٢)}$

أوجد : ① $ن^{-١}(س)$ فى أبسط صورة وعين مجاله $ن^{-١}$ ② قيمة س إذا كان : $ن^{-١}(س) = ٣$

$ن(س) = \frac{س(س - ٢)}{(س - ٢)(س^٢ + ٢)}$ مجال $ن^{-١} = ح - \{٢ ، ٠\}$

$ن(س) = \frac{س \cancel{(س - ٢)}}{\cancel{(س - ٢)}(س^٢ + ٢)} = \frac{س}{س^٢ + ٢}$ ∴ $ن^{-١}(س) = \frac{س^٢ + ٢}{س}$

عند $ن^{-١}(س) = ٣$ ∴ $\frac{س^٢ + ٢}{س} = ٣$ ∴ $س^٢ + ٢ = ٣س$

∴ $س^٢ - ٣س + ٢ = ٠$ ∴ $(س - ٢)(س - ١) = ٠$ ∴ س = ٢ أ، س = ١

(ولكن س = ٢ مرفوض لأن : ٢ ∉ لمجال $ن^{-١}$) ∴ س = ١

---

٢٢ أوجد ن(س) فى أبسط صورة مبيناً مجال ن حيث $ن(س) = \frac{س^٢ + ٢س - ٣}{س + ٣} \div \frac{س^٢ - ١}{س + ١}$

$ن(س) = \frac{(س + ٣)(س - ١)}{(س + ٣)} \div \frac{(س - ١)(س + ١)}{(س + ١)}$ مجال ن = ح − {−٣ ، ١ ، −١}

∴ $ن(س) = \frac{\cancel{(س + ٣)}\cancel{(س - ١)}}{\cancel{(س + ٣)}} \times \frac{\cancel{(س + ١)}}{\cancel{(س - ١)}(س + ١)} = ١$

---

٢٣ أوجد ن(س) فى أبسط صورة مبيناً مجال الدالة ن : $ن(س) = \frac{س - ١}{س^٢ - ١} \div \frac{س^٢ - ٥س}{س^٢ - ٤س - ٥}$

∵ $ن(س) = \frac{س - ١}{(س - ١)(س + ١)} \div \frac{س(س - ٥)}{(س - ٥)(س + ١)}$ ∴ مجال ن = ح − {١ ، −١ ، ٠ ، ٥}

$ن(س) = \frac{\cancel{س - ١}}{\cancel{(س - ١)}\cancel{(س + ١)}} \times \frac{\cancel{(س - ٥)}\cancel{(س + ١)}}{س\cancel{(س - ٥)}} = \frac{١}{س}$

---

٢٤ أوجد ن(س) فى أبسط صورة مبيناً مجال ن حيث $ن(س) = \frac{س^٢ - ٤٩}{س^٣ - ٨} \div \frac{س + ٧}{س - ٢}$

$ن(س) = \frac{(س - ٧)(س + ٧)}{(س - ٢)(س^٢ + ٢س + ٤)} \div \frac{س + ٧}{س - ٢}$ مجال ن = ح − {٢ ، −٧}

∴ $ن(س) = \frac{(س - ٧)\cancel{(س + ٧)}}{\cancel{(س - ٢)}(س^٢ + ٢س + ٤)} \times \frac{\cancel{س - ٢}}{\cancel{س + ٧}} = \frac{س - ٧}{س^٢ + ٢س + ٤}$

∴ $ن(١) = \frac{١ - ٧}{(١)^٢ + ٢ \times ١ + ٤} = \frac{-٦}{٧}$

---

٢٥ إذا كانت : $ن(س) = \frac{س^٣ - ٨}{س^٢ - ٦س + ٥} \div \frac{س^٣ + ٢س^٢ + ٤س}{٢س^٢ - ٩س - ٥}$

أوجد ن(س) فى أبسط صورة مبيناً المجال. ثم أوجد : ن(−١) ، ن(٠) إن أمكن ذلك

∵ $ن(س) = \frac{(س - ٢)(س^٢ + ٢س + ٤)}{(س - ١)(س - ٥)} \div \frac{س(س^٢ + ٢س + ٤)}{(٢س + ١)(س - ٥)}$ ∴ مجال ن = ح − {١ ، ٥ ، $-\frac{١}{٢}$ ، ٠}

∴ $ن(س) = \frac{(س - ٢)\cancel{(س^٢ + ٢س + ٤)}}{(س - ١)\cancel{(س - ٥)}} \times \frac{\cancel{(س - ٥)}(٢س + ١)}{س\cancel{(س^٢ + ٢س + ٤)}} = \frac{(س - ٢)(٢س + ١)}{س(س - ١)}$

∴ ن(−١) = $\frac{(-١-٢)\times(-٢+١)}{-١\times(-١-١)}$ = $\frac{(-٣)\times(-١)}{(-١)\times(-٢)}$ = $\frac{٣}{٢}$

ن(٠) غير معرفة لأن : صفر ∉ لمجال ن

---

٢٦ أوجد ن(س) فى أبسط صورة مبيناً مجال ن حيث ن(س) = $\frac{س^٢ - ٣س}{٢س^٢ - س - ٦}$ ÷ $\frac{٢س^٢ - ٣س}{٤س^٢ - ٩}$

ن(س) = $\frac{س(س - ٣)}{(س - ٢)(٢س + ٣)}$ ÷ $\frac{س(٢س - ٣)}{(٢س + ٣)(٢س - ٣)}$ مجال ن = ح − {٢ ، $\frac{-٣}{٢}$ ، ٠ ، $\frac{٣}{٢}$}

∴ ن(س) = $\frac{\cancel{س}(س - ٣)}{(س - ٢)\cancel{(٢س + ٣)}} \times \frac{\cancel{(٢س + ٣)}\cancel{(٢س - ٣)}}{\cancel{س}\cancel{(٢س - ٣)}}$ = $\frac{س - ٣}{س - ٢}$

---

٢٧ إذا كان : ص(د) = {٥} **وكانت** د(س) = م س − ١٥ **فإن :** م = ...

∵ ص(د) = {٥} أى : عند س = ٥ تكون د(س) = ٠

∴ م × ٥ − ١٥ = ٠ ∴ ٥م = ١٥ ∴ م = $\frac{١٥}{٥}$ ∴ م = ٣

---

٢٨ إذا كان مجموعة أصفار الدالة د(س) = س^٢ + أس + ١٦ **هى** {−٤} **أوجد قيمة** أ

∵ ص(د) = {−٤} ∴ عندما س = −٤ فإن : س^٢ + أس + ١٦ = ٠

∴ (−٤)^٢ + أ × (−٤) + ١٦ = ٠ ∴ ١٦ − ٤أ + ١٦ = ٠ ∴ ٣٢ − ٤أ = ٠

∴ ٣٢ = ٤أ ∴ أ = ٨

---

٢٩ إذا كان مجموعة أصفار الدالة د(س) = أس^٢ + س + ب **هى** {٠ ، ١} **أوجد قيمتى** أ ، ب

∵ ص(د) = {٠ ، ١}

∴ عندما س = ٠ فإن : أ × ٠ + ٠ + ب = ٠ ∴ ب = ٠

عندما س = ١ فإن : أ × (١)^٢ + ١ + ٠ = ٠ ∴ أ = −١

---

٣٠ إذا كانت مجموعة أصفار الدالة : د(س) = أس^٢ + ب س + ١٥ هى {٣ ، ٥} **فأوجد** أ ، ب

∵ ص(د) = {٣ ، ٥} أى : عند س = ٣ تكون د(س) = ٠ وعند س = ٥ تكون د(س) = ٠

∴ أ × (٣)^٢ + ب × ٣ + ١٥ = ٠ ∴ ٩أ + ٣ب + ١٥ = ٠

∴ ٩أ + ٣ب = −١٥ بالقسمة على ٣ ∴ ٣أ + ب = −٥ ⇐ (١)

∴ أ × (٥)^٢ + ب × ٥ + ١٥ = ٠ ∴ ٢٥أ + ٥ب + ١٥ = ٠

∴ ٢٥أ + ٥ب = −١٥ بالقسمة على ٥ ∴ ٥أ + ب = −٣ ⇐ (٢)

بضرب المعادلة الأولى × −١ ∴ ٣أ + ب = −٥ × −١ ∴ −٣أ − ب = ٥

−٣أ − $\cancel{ب}$ = ٥

٥أ + $\cancel{ب}$ = −٣

٢أ = ٢ ∴ أ = ١ بالتعويض فى (١)

∴ ٣ × ١ + ب = −٥ ∴ ٣ + ب = −٥ ∴ ب = −٥ − ٣ ∴ ب = −٨

---

٣١ إذا كان مجال الدالة ن : ن(س) = $\frac{س - ١}{س^٢ - أس + ٩}$ **هو** ح − {٣} **فأوجد قيمة** أ

∵ مجال ن هو ح − {٣} ∴ عندما س = ٣ فإن : س^٢ − أس + ٩ = ٠

∴ (٣)^٢ − ٣ × أ + ٩ = ٠ ∴ ٩ − ٣ × أ + ٩ = ٠ ∴ −٣أ + ١٨ = ٠ ∴ $\frac{\cancel{-٣}}{\cancel{-٣}}$أ = $\frac{-١٨}{-٣}$ ∴ أ = ٦

٣٢ إذا كان مجال د(س) = $\frac{س + ب}{س + أ}$ **هو** ح − {−٢} **وكان :** د(٠) = ٣ **أوجد قيمتى :** أ ، ب

∵ مجال د = ح − {−٢} ∴ عندما س = −٢ فإن المقام = صفر

∴ س + أ = ٠ ∴ −٢ + أ = ٠ ∴ أ = ٢

د(٠) = ٣ أى س = ٠ ، د(س) = ٣

∴ ٣ = $\frac{٠ + ب}{٠ + ٢}$ ∴ ٣ = $\frac{ب}{٢}$ ∴ ب = ٦

---

٣٣ إذا كان مجال ن : ن(س) = $\frac{ك}{س}$ + $\frac{٩}{س + م}$ **هو** ح − {٠ ، ٤} **وكان :** ن(٥) = ٢

أوجد قيمتى : م ، ك

∵ مجال ن = ح − {٠ ، ٤} ∴ عندما س = ٤ فإن : س + م = ٠

∴ ٤ + م = ٠ ∴ م = −٤

∴ ن(س) = $\frac{ك}{س}$ + $\frac{٩}{س − ٤}$

، ∵ ن(٥) = ٢ ∴ س = ٥ ، ن(س) = ٢

∴ $\frac{ك}{٥}$ + $\frac{٩}{٥ − ٤}$ = ٢ ∴ $\frac{ك}{٥}$ + ٩ = ٢ ∴ $\frac{ك}{٥}$ = ٢ − ٩

∴ $\frac{ك}{٥}$ = −٧ ∴ ك = −٣٥

---

٣٤ إذا كان مجال الدالة : ن(س) = $\frac{س + ١}{س^٢ − أس + ٢٥}$ **هو** ح − {٥} **أوجد قيمة :** أ

∵ مجال ن(س) = ح − {٥}

∴ عندما س = ٥ فإن : المقام = صفر ∴ $س^٢$ − أس + ٢٥ = ٠

∴ $(٥)^٢$ − أ × ٥ + ٢٥ = ٠ ∴ ٢٥ − ٥أ + ٢٥ = ٠ ∴ ٥٠ − ٥أ = ٠ ∴ ٥أ = ٥٠ ∴ أ = ١٠

---

٣٥ إذا كان مجال الدالة : د(س) = $\frac{س}{س^٢ − ٥س + م}$ **هو** ح − {٢ ، ك} **أوجد قيمتى :** م ، ك

∵ مجال د هو ح − {٢ ، ك}

∴ عندما س = ٢ فإن : المقام = صفر ∴ $س^٢$ − ٥س + م = ٠

∴ $(٢)^٢$ − ٥ × ٢ + م = ٠ ∴ ٤ − ١٠ + م = ٠ ∴ −٦ + م = ٠ ∴ م = ٦

عندما س = ك فإن : المقام = صفر ∴ $س^٢$ − ٥س + م = ٠

∴ $(ك)^٢$ − ٥ × ك + ٦ = ٠ ∴ $ك^٢$ − ٥ك + ٦ = ٠ ∴ (ك − ٢)(ك − ٣) = ٠

∴ ك − ٢ = ٠ ∴ ك = ٢ " مرفوض" ، ك − ٣ = ٠ ∴ ك = ٣

---

٣٦ إذا كان مجموعة أصفار الدالة : د(س) = $\frac{س^٢ − أس + ٩}{ب س + ٤}$ **هو** {٣} **ومجالها هو** ح − {٢}

أوجد : أ ، ب

∵ ص(د) = {٣} ∴ عندما س = ٣ فإن : البسط = صفر ∴ $س^٢$ − أس + ٩ = ٠

∴ $(٣)^٢$ − أ × ٣ + ٩ = ٠ ∴ ٩ − ٣أ + ٩ = ٠ ∴ −٣أ + ١٨ = ٠ ∴ −٣أ = −١٨ ∴ أ = ٦

، ∵ مجالها ح − {٢} ∴ عندما س = ٢ فإن : المقام = صفر

∴ ب س − ٤ = ٠ ∴ ب × ٢ − ٤ = ٠ ∴ ب = ٢

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① مجموعة حل المعادلتين : س + ص = ٠ ، ص = ١ معاً فى ح × ح هى .....

(أ) (−١ ، ١) (ب) {(−١ ، ١)} (جـ) (١ ، −١) (د) {(١ ، −١)}

② مجموعة أصفار الدالة د(س) = صفر هى .....

(أ) ح − {٠} (ب) ح (جـ) {صفر} (د) ∅

③ إذا كان للمعادلتين : س + ٣ص = ٦ ، ٢س + مص = ١٢ عدد لا نهائى من الحلول فإن : م = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٦

④ مجال الدالة ن : ن(س) = $\frac{س}{س^٢ - ١}$ هو .....

(أ) {−١} (ب) ح − {١} (جـ) {١ ، −١} (د) ح − {١ ، −١}

⑤ عدد حلول المعادلتين : س + ص = ١ ، س + ص = ٢ معاً فى ح × ح هو .....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

⑥ مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = س + ٤ فى ح هى .....

(أ) {٤ ، −٤} (ب) {−٤} (جـ) ح (د) ∅

⑦ أحد حلول المعادلتين : س − ص = ٢ ، $س^٢ + ص^٢$ = ٢٠ هو .....

(أ) (−٤ ، ٢) (ب) (٢ ، −٤) (جـ) (٢ ، ١) (د) (٤ ، ٢)

⑧ نقطة تقاطع المستقيمين : ص = ٣ ، س − ٥ = صفر هى .....

(أ) (٣ ، ٥) (ب) (−٥ ، ٣) (جـ) (−٣ ، ٥) (د) (٥ ، ٣)

⑨ إذا كان مجال الكسر الجبرى ن(س) هو ح − {٢ ، ٣ ، ٤} فإن : ن(٣) = ...

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ليس لها وجود

⑩ المستقيمان : ٣س − ٥ص = صفر ، ٥س + ٣ص = صفر يتقاطعان فى .....

(أ) الربع الأول (ب) الربع الثالث (جـ) نقطة الأصل (د) الربع الرابع

⑪ إذا كان : ن(س) = $\frac{س}{س - ١}$ فإن مجال الدالة $ن^{-١}$ هو .....

(أ) ح − {١ ، ٠} (ب) ح − {٠} (جـ) ح − {١} (د) {١ ، ٠}

⑫ مجموعة حل المعادلتين : س − ٣ = ٠ ، ص = ٤ فى ح × ح هو .....

(أ) {٣ ، ٤} (ب) {(٣ ، ٤)} (جـ) {(٤ ، ٣)} (د) ∅

⑬ مجال المعكوس الجمعى للدالة ن : ن(س) = $\frac{س + ٢}{س - ٣}$ هو .....

(أ) ح − {٣} (ب) ح − {−٢} (جـ) ح − {−٢ ، ٣} (د) ح

⑭ مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = $س^٢$ + ٩ ح هى .....

(أ) ح (ب) {٣} (جـ) {٣ ، −٣} (د) ∅

⑮ إذا كان منحنى الدالة التربيعية د يمر بالنقاط (−١ ، ٠) ، (٠ ، −٤) ، (٤ ، ٠)
فإن مجموعة حل المعادلة : د(س) = صفر فى ح هو .....

(أ) {−١ ، ٠} (ب) {−٤ ، ٠} (جـ) {−١ ، ٤} (د) {٤ ، −٤}

⑯ مجموعة حل المعادلتين : س = ٢ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٤ معاً فى ح × ح هى .....

(أ) {(٢ ، ٢)} (ب) {(٠ ، ٢)} (جـ) {(٤ ، ٠)} (د) {(٢ ، ٠)}

⑰ عدد حلول المعادلتين : ٢س − ص = ٣ ، س + ٢ص = ٤ فى ح × ح هو .....

(أ) حل وحيد (ب) صفر (جـ) حلان (د) عدد لا نهائى

⑱ إذا كان المعادلتين : س + ٤ص = ٥ ، ٣س + ك ص = ١٥ حل وحيد فى ح × ح
فإن : ك لا يمكن أن تساوى .....

(أ) −٤ (ب) ٤ (جـ) ١٢ (د) −١٢

⑲ مجموعة قيم س التى تجعل : د(س) = صفر تسمى .....

(أ) مجموعة أصفار المقام (ب) مجموعة أصفار الدالة
(جـ) المجال (د) المدى

⑳ إذا كانت : ٣ أحد أصفار الدالة د حيث د(س) = س^{٢} − ٣س + أ فإن : أ = ...

(أ) ٦ (ب) صفر (جـ) −٦ (د) ٣

㉑ إذا كان مجال الدالة ن حيث ن(س) = $\frac{س + ٢}{٤س^{٢} + ك س + ٩}$ هو ح − {−$\frac{٣}{٢}$} فإن قيمة ك = ...

(أ) ١٥ (ب) −١٥ (جـ) ١٢ (د) −١٢

㉒ فى المعادلة : أ س^{٢} + ب س + حـ = صفر إذا كانت ب^{٢} − ٤أحـ > صفر فإن عدد جذور المعادلة فى ح = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) صفر (د) لا نهائى

㉓ إذا كانت نقطة تقاطع المستقيمين : س = ١ ، ص = ٥أ تقع فى الربع الرابع فإن : أ يمكن ان تساوى .....

(أ) −٥ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٥

㉔ إذا كان : ن(س) = $\frac{س^{٢} - ٢س}{(س - ٢)(س^{٢} + ٢)}$ فإن مجال ن$^{-١}$ هو .....

(أ) ح (ب) ح − {٢} (جـ) ح − {٠} (د) ح − {٠ ، ٢}

㉕ إذا كان للمعادلتين : س + ٦ص = ٣ ، ٢س + ك ص = ٦ عدد لا نهائى من الحلول فى ح × ح فإن : ك = ...

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ١٢ (د) ٢١

㉖ مجموعة أصفار الدالة : د : د(س) = س^{٢} − ٣ هى .....

(أ) {$\sqrt{٣}$} (ب) {−$\sqrt{٣}$} (جـ) {٣} (د) {−$\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٣}$}

㉗ إذا كانت : س ≠ صفر فإن : $\frac{٥س}{س^{٢} + ١}$ ÷ $\frac{س}{س^{٢} + ١}$ = ...

(أ) −٥ (ب) −١ (جـ) ١ (د) ٥

(٢٨) إذا كانت : د(س) = س^{٢} + س + أ وكانت مجموعة أصفار الدالة هى {١ ، −٢} فإن : أ = ...

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) −١ (د) −٢

(٢٩) المستقيمان : س + ٢ص = ١ ، ٢س + ٤ص = ٦ يكونان .....

(أ) متوازيين (ب) متقاطعين (جـ) متعامدين (د) متقاطعين ومتعامدين

(٣٠) مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = ٤ هى .....

(أ) صفر (ب) {٤} (جـ) {٠ ، ٤} (د) ∅

(٣١) إذا كان مجال الدالة د حيث د(س) = $\frac{٥}{س}$ + $\frac{٥}{س + ك}$ هو ح − {٠ ، ٣} فإن : ك = ...

(أ) −٣ (ب) ٣ (جـ) ٥ (د) ٦

(٣٢) إذاكان المعادلتين : س + ٤ص = ٧ ، س + (ك − ١)ص = ٧ عدد لانهائى من الحلول فإن : ك = ...

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ١٣

(٣٣) مجموعة حل المعادلتين : س = ٣ ، س + ص = ٥ فى ح × ح هى .....

(أ) {(٣ ، ٢)} (ب) {(٢ ، ٣)} (جـ) {(٣ ، ٥)} (د) {(٥ ، ٢)}

(٣٤) إذا كانت : د(س) = $\frac{س − ٣}{س + ٢}$ فإن : ص(د) = ...

(أ) {٣} (ب) {−٢} (جـ) ح − {−٢} (د) {٣ ، −٢}

(٣٥) إذا كان المستقيمان : س + ٣ص = ٤ ، س + أص = ٧ متوازيين فإن : أ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١١

(٣٦) إذا كان الكسر الجبرى ن : ن(س) = $\frac{س^{٢} − ٥س}{س − ٣}$ فإن مجال ن$^{-١}$ هو .....

(أ) ح − {−٣ ، ٥} (ب) ح − {٠ ، ٥} (جـ) ح − {−٣} (د) ح − {٠ ، ٥ ، ٣}

(٣٧) مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = $\frac{س^{٢} − س − ٢}{س^{٢} − ٤}$ هى .....

(أ) {٢ ، −٢} (ب) {−٢} (جـ) {−١} (د) {٢ ، −١}

(٣٨) المستقيمان ٣س + ٥ص = صفر ، ٥س − ٣ص = صفر يتقاطعان فى .....

(أ) الربع الأول (ب) الربع الثانى (جـ) نقطة الأصل (د) الربع الثالث

(٣٩) مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = −٣س هى .....

(أ) {صفر} (ب) {٣} (جـ) {−٣} (د) ح − {٣}

(٤٠) أبسط صورة الدالة د : د(س) = $\frac{٤ − س}{س − ٤}$ حيث س ≠ ٤ هى .....

(أ) ٤ (ب) −٤ (جـ) ١ (د) −١

(٤١) إذا كانت : س = ٣ أحد أصفار الدالة د : د(س) = $\frac{س^{٢} − ٢س − ك}{س^{٢} − ٢٥}$ فإن : ك = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) −٣ (د) −٦

٤٢ المجال المشترك للكسرين : $\frac{٢}{س^٢ - ١}$ ، $\frac{٥س}{س^٢ - س}$ هو .....

(أ) ح − {١} (ب) ح − {٠ ، ١} (جـ) ح − {٠ ، ١ ، −١} (د) ح − {١ ، −١}

٤٣ إذا كانت الزوج المرتب (٠ ، ٢) حلاً للمعادلة : س + أص = ٦ فإن : أ = ...

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٦

٤٤ إذا كان : $ن_١(س) = \frac{س^٢ - ٤}{س - ٢}$ ، $ن_٢(س) = س + ٢$ فإن : $ن_١ = ن_٢$ فى المجال .....

(أ) ح (ب) ح − {٢} (جـ) ح − {−٢} (د) ح − {−١}

٤٥ الدالة : $د(س) = \frac{س^٤ - س}{س^٣ + س^٢ + س}$ في أبسط صورة هى .....

(أ) ٢س − ١ (ب) ٢س (جـ) س − ١ (د) س + ١

٤٦ إذا كان مجال $ن_١(س) = \frac{٥}{س - ٨}$ يساوى مجال $ن_٢(س) = \frac{س - ٣}{س + ك}$ فإن : ك = ...

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) −٨ (د) ٨

٤٧ مجموعة حل المعادلتين : س − ص = ٠ ، س ص = ٩ فى ح × ح هى .....

(أ) (٠ ، ٠) (ب) {(−٣ ، −٣)}

(جـ) {(٣ ، ٣)} (د) {(−٣ ، −٣) ، (٣ ، ٣)}

٤٨ مجال الكسر الجبرى : $\frac{س - ٥}{٣}$ يساوى مجال الكسر الجبرى هو .....

(أ) $\frac{س}{س^٢ + ١}$ (ب) $\frac{س}{س - ٣}$ (جـ) $\frac{س}{س - ٥}$ (د) $\frac{س - ٥}{س - ٣}$

٤٩ إذا كان مجال الدالة ن حيث $ن(س) = \frac{س - ٢}{س^٢ + أ}$ هو ح فإن : أ ..... صفر

(أ) = (ب) < (جـ) ≥ (د) >

٥٠ إذا كان منحنى الدالة التربعية د لا يقطع محور السينات فى أى نقطة فإن عدد حلول المعادلة د(س) = صفر فى ح هو .....

(أ) حل وحيد (ب) حلان (جـ) عدد لا نهائى (د) صفر

٥١ المعكوس الجمعى للكسر الجبرى : $\frac{٣}{س^٢ + ١}$ هو .....

(أ) $\frac{-٣}{س^٢ + ١}$ (ب) $\frac{س^٢ + ١}{٣}$ (جـ) $\frac{س^٢ + ١}{-٣}$ (د) $\frac{٣}{س^٢ - ١}$

٥٢ إذا كان للكسر الجبرى : $\frac{س - أ}{س + ٥}$ معكوس ضربى هو $\frac{س + ٥}{س + ٣}$ فإن : أ = ...

(أ) ٣ (ب) −٥ (جـ) −٣ (د) ٥

ثانياً : الإحصـــاء

قوانين هامة :

① ل(أ∪ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ∩ب)

② ل(أ∩ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ∪ب)

③ إذا كان : حدثين متنافيين فإن : ل(أ ∩ ب) = صفر

ويكون : ل(أ∪ب) = ل(أ) + ل(ب) ويكون : ل(أ − ب) = ل(أ)

④ إذا كان : أ ⊂ ب فإن : ل(أ∩ب) = ل(أ) ، ل(أ∪ب) = ل(ب)

⑤ إذا كان : ب ⊂ أ فإن : ل(أ∩ب) = ل(ب) ، ل(أ∪ب) = ل(أ)

⑥ ل(أ) + ل(أ′) = ١ ونستنتج أن : ل(أ) = ١ − ل(أ′) ل(أ′) = ١ − ل(أ)

⑦ ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب) ، ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

⑧ أ ∩ أ′ = ∅ ، ل(أ ∩ أ′) = صفر ، أ ∪ أ′ = ف ، ل(أ ∪ أ′) = ١

⑨ احتمال وقوع الحدث أ المقصود بها ل(أ) ⑩ احتمال عدم وقوع الحدث أ المقصود بها ل(أ′)

⑪ احتمال وقوع الحدثين أ ، ب معاً المقصود بها ل(أ ∩ ب)

⑫ احتمال عدم وقوع الحدثين أ ، ب معاً أو احتمال وقوع أحد الحدثين على الأكثر المقصود بها ل(أ ∩ ب)′ وتساوى ١ − ل(أ ∩ ب)

⑬ احتمال حدث وقوع أ أو ب أو كلاهما أو احتمال وقوع أحدهما على الأقل المقصود بها ل(أ ∪ ب)

⑭ احتمال عدم وقوع أي من الحدثين أ ، ب المقصود بها ل(أ ∪ ب)′ وتساوى ١ − ل(أ ∪ ب)

⑮ احتمال وقوع الحدث أ وعدم وقوع الحدث ب أو احتمال وقوع الحدث أ فقط المقصود بها ل(أ − ب)

⑯ احتمال وقوع الحدث ب وعدم وقوع الحدث أ أو احتمال وقوع الحدث ب فقط المقصود بها ل(ب − أ)

⑰ احتمال أحد الحدثين دون الأخر (احتمال وقوع أحد الحدثين فقط) ل(أ − ب) + ل(ب − أ)

⑱ احتمال عدم وقوع أى من الحدثين أ ، ب المقصود بها ل(أ ∪ ب)′ = ١ − ل(أ ∪ ب)

---

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما فإن : ل(أ ∩ ب) = ...

(أ) ١ (ب) ٠,٥ (جـ) ∅ (د) صفر

② إذا كان أ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما وكان : ل(أ′) = ٢ل(أ) فإن : ل(أ) = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) ١

③ إذا كان أ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما وكان : ل(أ) + ل(أ′) = ٢ك فإن : ك = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٤}$

④ إذا كان : أ ∩ ب = ∅ فإن : ل(أ − ب) = ...

(أ) ل(أ) (ب) ل(ب) (جـ) ل(ب − أ) (د) ١

⑤ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء نواتج تجربة عشوائية ، أ ⊂ ب فإن : ل(أ ∪ ب) = ...

(أ) ل(ب) (ب) ل(أ) (جـ) ل(أ∩ب) (د) صفر

⑥ إذا كان أ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما وكان : ل(أ′) = ل(أ) فإن : ل(أ) = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) ١

⑦ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف وكان ب ⊂ أ فإن : ل(أ ∪ ب) = ...

(أ) ١ (ب) ل(أ) (جـ) ل(ب) (د) ٢ ل(ب)

⑧ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف وكان أ ⊂ ب ، ل(أ) = ٠,٢ ، ل(ب) = ٠,٦

فإن : ل(ب − أ) = ...

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٦ (د) ٠,٨

⑨ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما ، أ ⊂ ب فإن : ل(أ ∩ ب) = ...

(أ) ل(ب) (ب) ل(أ) (جـ) صفر (د) ∅

⑩ إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد زوجى وظهور عدد فردى معاً يساوى .....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) صفر (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١

⑪ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهورعدد أقل من ٣ يساوى .....

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

⑫ احتمال الحدث المستحيل يساوى .....

(أ) صفر (ب) ∅ (جـ) ١ (د) ف

⑬ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان أ ⊂ ب ، ل(أ) = ٠,٧ ، ل(أ − ب) = ٠,٥

فإن : ل(أ ∩ ب) = ...

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٢

⑭ إذا كان أ′ هو الحدث المكمل للحدث أ فإن : أ′ ∪ أ = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ١ (جـ) ∅ (د) ف

⑮ إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد فردى يساوى .....

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ١ (د) ٢

⑯ يقال للحدثين أ ، ب انهما متنافيان إذا كان : أ ∩ ب = ...

(أ) صفر (ب) −١ (جـ) {٠} (د) ∅

⑰ إذا كان : $\frac{ل(أ)}{ل(أ')}$ = ٣ فإن : ل(أ) = ...

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) ١ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٤}$

⑱ إذا كان احتمال وقوع الحدث أ هو ٧٥ ٪ فإن احتمال عدم وقوع الحدث أ هو .....

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١

⑲ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين وكان ل(أ) = $\frac{١}{٥}$ ، ل(أ ∪ ب) = $\frac{٧}{١٥}$ فإن : ل(ب) = ...

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٢}{٥}$ (جـ) $\frac{٤}{١٥}$ (د) $\frac{١١}{١٥}$

(٢٠) إذا سحبت بطاقة عشوائياً من بين ٢٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٢٠
فإن احتمال أن يكون الرقم المسحوب مضاعفاً للعدد ٤ هو .....

(أ) ٢٥ ٪ (ب) ٣٠ ٪ (جـ) ٤٠ ٪ (د) ٥٠ ٪

(٢١) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين وكان : ل(ب) = ٠,٥ ، ل(أ ∪ ب) = ٠,٧ فإن : ل(أ) = ...

(أ) ٠,٠٢ (ب) ٠,٢ (جـ) ٠,٥ (د) ٠,١٣

(٢٢) فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أكبر من ٤ يساوى .....

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٦}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٢}$

(٢٣) إذا كان : أ ⊂ ف وكان : ل(أ) = $\frac{١}{٣}$ فإن : ل(أ′) = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٣}{٢}$

(٢٤) إذا كان : أ′ هو الحدث المكمل للحدث أ فى فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن : ل(أ) + ل(أ′) = ...

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) صفر

(٢٥) إذا كان احتمال نجاح طالب هو ٠,٧ فإن احتمال عدم نجاحه هو .....

(أ) ٠,٧ (ب) ٠,٥ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٢

(٢٦) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما ، أ ⊂ ب فإن : ل(أ − ب) = ...

(أ) ل(ب) (ب) ل(أ) (جـ) صفر (د) ∅

(٢٧) أى من الأتى يمكن أن يكون احتمالاً لأحد الأحداث؟

(أ) −٠,٧٣ (ب) ١,٢٣ (جـ) ٧٩ ٪ (د) $\frac{٤}{٣}$

(٢٨) احتمال الحدث المؤكد يساوى .....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٠,٥ (د) −١

---

١ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان :

ل(أ) = ٠,٦ ، ل(ب) = ٠,٥ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٣ أوجد :

(١) ل(أ ∪ ب) (٢) ل(ب′) (٣) ل(أ′) (٤) ل(أ − ب) (٥) ل(ب − أ)

(١) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٦ + ٠,٥ − ٠,٣ = ٠,٨

(٢) ل(ب′) = ١ − ل(ب) = ١ − ٠,٥ = ٠,٥ (٣) ل(أ′) = ١ − ل(أ) = ١ − ٠,٦ = ٠,٤

(٤) ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٦ − ٠,٣ = ٠,٣

(٥) ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٥ − ٠,٣ = ٠,٢

---

٢ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ل(أ) = ٠,٧ ، ل(ب) = ٠,٦ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٤

أوجد : (١) احتمال عدم وقوع الحدث أ (٢) احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل

(٣) احتمال وقوع ب وعدم وقوع الحدث أ

(١) احتمال عدم وقوع الحدث أ = ل(أ′) = ١ − ل(أ) = ١ − ٠,٧ = ٠,٣

(٢) احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل = ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

(٣) احتمال وقوع ب وعدم وقوع الحدث أ = ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٦ − ٠,٤ = ٠,٢

٣ إذا كان أ ، ب حدثين من ف ، ل(أ) = $\frac{٣}{٥}$ ، ل(أ∪ب) = $\frac{٣}{٤}$ أوجد ل(ب) إذا كان :

① أ ، ب حدثين متنافيان ② أ ⊂ ب

① ∵ أ ، ب حدثين متنافيان ∴ ل(أ∪ب) = ل(أ) + ل(ب)

∴ $\frac{٣}{٤}$ = $\frac{٣}{٥}$ + ل(ب) ∴ ل(ب) = $\frac{٣}{٤}$ − $\frac{٣}{٥}$ = $\frac{٣}{٢٠}$

② ∵ أ ⊂ ب ∴ ل(أ∪ب) = ل(ب) ∴ ل(ب) = $\frac{٣}{٤}$

---

٤ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان :

ل(أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل(ب) = $\frac{١}{٣}$ أوجد ل(أ∪ب) فى الحالات الآتية :

① ل(أ∩ب) = $\frac{١}{٨}$ ② أ ، ب حدثين متنافيين

① ل(أ∪ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ∩ب) = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٣}$ − $\frac{١}{٨}$ = $\frac{١٧}{٢٤}$

② ∵ أ ، ب حدثين متنافيين ∴ ل(أ∩ب) = صفر

∴ ل(أ∪ب) = ل(أ) + ل(ب) = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٥}{٦}$

---

٥ كيس به ١٥ كرة متماثلة مرقمة من ١ إلى ١٥ سحبت منه كرة عشوائياً إذا كان الحدث أ هو حدث الحصول على عدد فردى ، ب هو حدث الحصول على عدد أولى فأوجد :

① ل(أ) ② ل(أ − ب)

① أ = {١، ٣، ٥، ٧، ٩، ١١، ١٣} ∴ ل(أ) = $\frac{٨}{١٥}$

② ب = {٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣} ∴ ل(ب) = $\frac{٦}{١٥}$ = $\frac{٢}{٥}$

أ ∩ ب = {٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣} ∴ ل(أ − ب) = $\frac{٨}{١٥}$ − $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٣}{١٥}$ = $\frac{١}{٥}$

---

٦ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى إذا كان أ حدث الحصول على عدد زوجى فأوجد : ل(أ) ، ل(ب) ، ل(أ∪ب)

∵ أ = {٢ ، ٤ ، ٦} ∴ ل(أ) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

∵ ب = {٢ ، ٣ ، ٥} ∴ ل(ب) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

∵ أ∩ب = {٢} ∴ ل(أ∩ب) = $\frac{١}{٦}$

∵ ل(أ∪ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ∩ب) = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{٦}$ = $\frac{٥}{٦}$

---

٧ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ل(أ) = $\frac{١}{٤}$ ، ل(ب) = $\frac{١}{٢}$ ، ل(أ∪ب) = $\frac{٥}{٨}$

أوجد كلاً من : ① ل(أ∩ب) ② ل(ب − أ) ③ ل(أ∩ب)′

① ∵ ل(أ∪ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ∩ب)

∴ $\frac{٥}{٨}$ = $\frac{١}{٤}$ + $\frac{١}{٢}$ − ل(أ∩ب) ∴ $\frac{٥}{٨}$ = $\frac{٣}{٤}$ − ل(أ∩ب)

∴ ل(أ∩ب) = $\frac{٣}{٤}$ − $\frac{٥}{٨}$ = $\frac{١}{٨}$

② ∵ ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ∩ب) = $\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{٨}$ = $\frac{٣}{٨}$

③ ∵ ل(أ∩ب)′ = ١ − ل(أ∩ب) = ١ − $\frac{١}{٨}$ = $\frac{٧}{٨}$

٨ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ل(أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ٢ل(ب) = ل(ب′)

أوجد ل(أ∪ب) فى كل من الحالتين الآتيتين :

① ل(أ∩ب) ② أ ، ب حدثان متنافيان

① ∵ ٢ل(ب) = ل(ب′) ∵ ل(ب′) = ١ − ل(ب) بالتعويض

∴ ٢ل(ب) = ١ − ل(ب) ∴ ٢ل(ب) + ل(ب) = ١ ∴ ٣ل(ب) = ١ ∴ ل(ب) = $\frac{١}{٣}$

∴ ل(أ∪ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ∩ب) = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٣}$ − $\frac{١}{٦}$ = $\frac{٢}{٣}$

② ∵ أ ، ب حدثان متنافيان ∴ ل(أ∩ب) = صفر

∴ ل(أ∪ب) = ل(أ) + ل(ب) = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٥}{٦}$

---

٩ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان : ل(أ) = ل(أ′) ، ل(أ∩ب) = $\frac{١}{١٦}$

، ل(ب) = $\frac{٥}{٨}$ ل(أ) أوجد : ① ل(ب′) ② ل(أ∪ب)

③ احتمال عدم وقوع أى من الحدثين ④ احتمال عدم وقوع الحدثين أ ، ب معاً

① ∵ ل(أ) = ل(أ′) ∴ ل(أ) = ل(أ′) = $\frac{١}{٢}$

∴ ل(ب) = $\frac{٥}{٨}$ × $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٥}{١٦}$ ∴ ل(ب) = $\frac{٥}{٨}$ × $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٥}{١٦}$ ∴ ل(ب′) = ١ − ل(ب) = ١ − $\frac{٥}{١٦}$ = $\frac{١١}{١٦}$

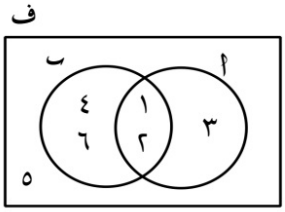
② ∴ ل(أ∪ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ∩ب) = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{٥}{٦}$ − $\frac{١}{١٦}$ = $\frac{٣}{٤}$

③ احتمال عدم وقوع أى من الحدثين = ل(أ∪ب)′ = ١ − ل(أ∪ب) = ١ − $\frac{٣}{٤}$ = $\frac{١}{٤}$

④ احتمال عدم وقوع الحدثين أ ، ب معاً = ل(أ∩ب)′ = ١ − ل(أ∩ب) = ١ − $\frac{١}{١٦}$ = $\frac{١٥}{١٦}$

---

١٠ **باستخدام شكل فن المقابل :**



احسب احتمال كل من :

① عدم وقوع الحدث أ

② وقوع الحدث أ أو ب

③ وقوع أحد الحدثين دون وقوع الآخر

① ∵ ل(أ) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$ ∴ احتمال عدم وقوع الحدث أ = ل(أ′) = ١ − ل(أ) = ١ − $\frac{١}{٢}$ = $\frac{١}{٢}$

② ∵ ل(أ∩ب) = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

∴ احتمال وقوع الحدث أ أو ب = ل(أ∪ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ∩ب) = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٢}{٣}$

③ ∵ ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ∩ب) = $\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{٣}$ = $\frac{١}{٦}$

∵ ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ∩ب) = $\frac{٢}{٣}$ − $\frac{١}{٣}$ = $\frac{١}{٣}$

∴ احتمال وقوع أحد الحدثين دون وقوع الآخر = ل(أ − ب) + ل(ب − أ) = $\frac{١}{٦}$ + $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

اللَّهُمَّ إِنِّي أَسْأَلُكَ عِلْمًا نَافِعًا، وَرِزْقًا طَيِّبًا، وَعَمَلًا مُتَقَبَّلًا